EX19 $a>0$, $G_a(x) = e^{-ax^2}$

1) la fonction : $x \to -ax^2$ est dérivable sur IR d'où G_a : $x \to e^{-ax^2}$ est dérivable sur IR et

on a : $G_a'(x) = -2ax\, e^{-ax^2}$, $a>0$ et $x \in IR$

2)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$G_a'(x)$	+	0	-
$G_a(x)$	0 ↗	1	↘ 0

$$\lim_{x \to +\infty} -ax^2 = \lim_{x \to -\infty} -ax^2 = -\infty$$

Donc $\lim_{x \to +\infty} G_a(x) = \lim_{x \to -\infty} G_a(x) = 0$

1) $G_a'(x) = -2ax\, e^{-ax^2}$

$G_a''(x) = -2a.(e^{-ax^2} - 2ax^2\, e^{-ax^2})$

$= -2a.(1-2ax^2)\, e^{-ax^2}$

On a : $1-2ax^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2a}}$ ou $x = -\frac{1}{\sqrt{2a}}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{2a}}$	$\frac{1}{\sqrt{2a}}$	$+\infty$
$G_a''(x)$	+	0	- 0	+

G_a'' s'annule en $-\frac{1}{\sqrt{2a}}$ et $\frac{1}{\sqrt{2a}}$, en changeant de signe d'où les pts $I(\frac{-1}{\sqrt{2a}}, G_a(\frac{-1}{\sqrt{2a}}))$ et $J(\frac{1}{\sqrt{2a}}, G_a(\frac{1}{\sqrt{2a}}))$ sont deux points d'inflexion pour (ξ_{G_a})

avec : $I(-\frac{1}{\sqrt{2a}}, \frac{1}{\sqrt{e}})$ et $J(\frac{1}{\sqrt{2a}}, \frac{1}{\sqrt{e}})$

4) $y_I = y_J = \frac{1}{\sqrt{e}}$

I et J appartient à la droite $\Delta : y = \frac{1}{\sqrt{e}}$

On a $x_I \neq 0$ et $x_J \neq 0$

Donc : $\xi = \Delta / \{ A(0, \frac{1}{\sqrt{e}}) \}$

5) $G_{\frac{1}{2}}(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$

$G_1(x) = e^{-x^2}$

$G_2(x) = e^{-2x^2}$

} fonctions paires

On a : $\frac{1}{2}x^2 \leq x^2 \leq 2x^2$

$\Leftrightarrow$

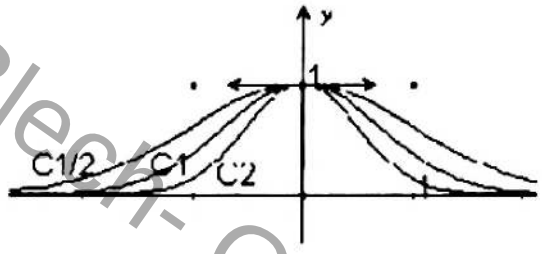
$-2x^2 \leq -x^2 \leq -\frac{1}{2}x^2$

Et comme la fonction exp est croissante

Donc $G_2(x) \leq G_1(x) \leq G_{\frac{1}{2}}(x)$

D'où : $\zeta_{\frac{1}{2}}$ au dessus de ζ_1

et ζ_1 Au dessus de ζ_2



Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn